

Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού

Ερωτήσεις κατανόησης - Ασκήσεις για λύση

64. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

- i) $-|a| \leq 0$ ()
- ii) $|-x| = -x$ τότε $x \leq 0$ ()
- iii) $|x^2 + 1| = x^2 + 1$ ()
- iv) $|-x^2 + 2x - 1| = (x - 1)^2$ ()
- v) $|x^2 - 6x + 5| = |-x^2 + 6x - 5|$ ()
- vi) $|x - 1| = x - 1$ όταν $x < 1$ ()
- vii) $||x| + 1| = |x| + 1$ ()
- viii) $\frac{|x|}{x} + 2 = 3$ αν $x < 0$ ()
- ix) $|a + \beta| = |a| + |\beta|$ όταν a, β ετερόσημοι ()
- x) $|-x^{2002} - 2| = -(-x^{2002} - 2)$ ()
- xi) Αν $a > \beta$ τότε ισχύει πάντα $|a| > |\beta|$ ()

65. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

- i) $|x| = 2$ τότε $x = 2$ ή $x = -2$ ()
- ii) Αν $|a| + |\beta| = 0$ τότε $a = \beta = 0$ ()
- iii) Η εξίσωση $|x - 1| = 2a - 4$ έχει λύση όταν $a < 2$ ()
- iv) Αν $|x| \leq 1$ τότε $-1 \leq x \leq 1$ ()
- v) Αν $|x| > -3$ τότε $x \in \mathbb{R}$ ()
- vi) Η ανίσωση $|x^2 + 2| \geq x^2 + 3$ είναι αδύνατη ()
- vii) Αν $|x - 1| + |3x - y + 1| = 0$ τότε $x = 1$ και $y = 4$ ()
- viii) $d(3, -2) = 1$ ()
- ix) Αν $d(x, 2) \geq 1$ τότε $x \geq 3$ ή $x \leq 1$ ()
- x) Αν $x < -3$ τότε $|x + 2| = x + 2$ ()

Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού

xi) Αν $|a| > |\beta|$ τότε πάντα $a > \beta$ ()

66. Να επιλέξετε το γράμμα της απάντησης που κάνει την πρόταση σωστή:

i) Για ποιες τιμές του x δεν ορίζεται το κλάσμα: $A = \frac{1 + \frac{3}{x}}{|x| - 2}$

α. 2, -2

β. 2

γ. -2, 0, 2

δ. 3, -2, 2

ii) Η παράσταση: $|a - \beta| + |\gamma| = 0$ ισχύει όταν:

α. $a = \beta$ και $\gamma \in \mathbb{R}$

β. $a = \beta$ και $\gamma = 0$

γ. $a \neq \beta$ και $\gamma = 0$

δ. για κάθε $a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

iii) Αν $-2 \leq x \leq 2$ τότε η εξίσωση: $|2 - x| - x = |x + 2|$

α. έχει λύση $x = 2$

β. είναι αδύνατη

γ. έχει λύση $x = 0$

δ. έχει άπειρες λύσεις.

iv) Αν $|x| < \theta$ τότε:

α. $-\theta < x < \theta$

β. $x < -\theta, x > \theta$

γ. Αν $\theta < 0$ ισχύει κάθε $x \in \mathbb{R}$

δ. $-\theta < x < \theta$ όταν $\theta > 0$

v) Η τιμή της παράστασης $|a + \beta| + |a - \beta|$ όταν $a > \beta > 0$ είναι ίση με:

α. $2a$

β. 0

γ. 2β

δ. $2a - 2\beta$

iv) Αν $1 \leq x \leq 5$ τότε:

α. $|x - 2| \leq 3$

β. $|x - 3| \leq 2$

γ. $|x - 2| \geq 2$

δ. $|x - 1| \leq 5$

vii) Η εξίσωση $|x - 2| = -|2x - 4|$

α. Έχει λύση $x = 0$

β. Έχει λύση $x = 2$

γ. Είναι αδύνατη

δ. Είναι ταυτότητα.

viii) Αν $d(x, 4) \leq 0$ τότε:

α. $x = 4$

β. $x = -4$

γ. $x > 4$

δ. $x < 4$

ix) Η εξίσωση: $(a - 1)|x| = 1$ έχει λύση μόνο όταν:

α. $a \geq 1$

β. $a > 1$

γ. $a > 0$

δ. για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού

χ) Η τιμή της παράστασης: $A = \frac{|x|}{x} - 1$ όταν $x > 0$ είναι ίση με:

α. 0

β. -2

γ. 2

δ. Άλλοτε με 0 και άλλοτε με -2.

67. Να συμπληρωθεί ο πίνακας όπως δείχνει η 1η γραμμή.

Απόσταση	Απόλυτη τιμή	Ανίσωση	Διάστημα
$d(x, 1) < 3$	$ x - 1 < 3$	$-2 < x < 4$	$x \in (-2, 4)$
$d(x, -1) < 2$			
	$ x - 2 \geq 3$		
		$-3 < x < 3$	
			$x \in (-1, 5)$

68. Αν $y < 2$ να απλοποιηθεί η παράσταση $A = |y - 3| - 2|y - 2| + |y - 4|$

69. Να απλοποιηθεί η παράσταση: $A = |a - \beta| + 2|a + \beta|$ όταν $a > \beta > 0$.

70. Ομοίως οι παραστάσεις:

$$A = |2a - \beta| + |\beta - a| + |3\gamma - 4\beta| \text{ όταν } a > \beta > \gamma > 0$$

$$B = \begin{cases} \frac{|x-1|}{x-1}, & x \neq 1 \\ 0, & x = 1 \end{cases}$$

$$\Gamma = |x + 2| + x$$

$$\Delta = ||a| + |\beta| - |a + \beta| - ||a| - a| - |\beta + \beta|| + |a + \beta| - a + \beta \quad E = |x - 1| + |x + 1|$$

71. Να αποδείξετε ότι η παράσταση: $A = |x - 1| - 2|3 - x| + 3|2 - x|$ όταν $1 < x < 2$ είναι ανεξάρτητη του x .

72. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα (όπου ορίζονται):

$$A = \frac{|x|^7 - x^8}{|x|^5 - x^6}$$

$$B = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5|x| + 6}$$

73. Να υπολογισθούν οι τιμές του ακέραιου a αν ισχύουν:

Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού

$$|2a - 4| = -2a + 4 \text{ και } |3a + 1| = 3a + 1$$

74. Αν $d(2a, 3\beta) = 3\beta - 2a$ να αποδείξετε ότι: $a \leq \frac{3\beta}{2}$

75. Αν $x \cdot y \neq 0$ και $x|y| = y|x|$ να αποδείξετε ότι x, y είναι ομόσημοι.

76. Αν $\beta|a| - a|\beta| = \beta|\beta| - a|a|$ να δείξετε ότι: $|a| = |\beta|$

77. Αν $\left| \frac{a+4}{a+1} \right| = 2$ να δείξετε ότι: $|a| = 2$

78. Αν $x \neq -2, 0, 1$ δείξτε ότι: $\frac{3x}{|x|} + \frac{1-x}{|x-1|} + 4 \frac{x+2}{|x+2|} \leq 8$

79. Αν $|x| \leq 2, |y| \leq 3$ δείξε τότε: α) $|2x+3y| \leq 13$ και β) $|3x+y-1| \leq 10$

80. Αν $|x| \leq 2$ αποδείξτε ότι: α) $|x^2 + 2x| \leq 8$ και β) $|x^2 - 16| \leq 36$

81. Αν $|a| \neq |\beta|$ να δείξετε ότι: $\frac{|a|}{|a+\beta|} + \frac{|\beta|}{|a-\beta|} \geq 1$