

Ερωτήσεις κατανόησης - Ασκήσεις για λύση

82. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή ή λάθος.

i) $\sqrt{a^2} = a$ ()

ii) $\sqrt{4} = 2$ ()

iii) $\sqrt{4} = -2$ ()

iv) $\sqrt{(-3)^2} = |-3|$ ()

v) $\sqrt{4a^2} = -2a, a \in \mathbb{R}$ ()

vi) $\sqrt{4a^2} = 2a$, όταν $a \geq 0$ ()

vii) $\sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$ ()

viii) $\sqrt[6]{\sqrt{3^{12}}} = 3$ ()

ix) $(\sqrt[3]{5})^2 = \sqrt[6]{5^2}$ ()

x) $\sqrt[4]{2^8} = 2^4$ ()

83. Ομοίως τις προτάσεις.

i) Αν $a, \beta > 0$, $\sqrt{a} < \sqrt{\beta} \Leftrightarrow a < \beta$ ()

ii) $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{a + \beta}$ ()

iii) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{\beta} = \sqrt[8]{a \cdot \beta}$ ()

iv) $\frac{\sqrt{a^2 - 2a + 1}}{a - 1} = 1$ όταν $a > 1$ ()

v) $\sqrt[\kappa]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[\kappa+n]{a}$ ()

vi) $\sqrt[2p]{(-a)^{2p}} = |a|$ ()

vii) $\sqrt[4]{(-3)^4 \cdot a^2} = -3\sqrt{|a|}$ ()

Ρίζες πραγματικών αριθμών

84. Να επιλέξετε το γράμμα της σωστής απάντησης.

i) Σε ποιο διάστημα παίρνει τιμές το x ώστε να ορίζεται η παράσταση: $A = \sqrt[3]{(x-2)^3}$
 α. $(0, +\infty]$ β. $[2, +\infty)$ γ. σε όλο το $\mathbb{R}$ δ. $(-\infty, 2]$

ii) Αν $-1 \leq x \leq 0$ ποια είναι η τιμή της παράστασης: $A = \sqrt{x^2} + \sqrt{(x+1)^2}$
 α. $2x+1$ β. 1 γ. -1 δ. $2x$

iii) Αν $\sqrt{(x-1)^2} = 2$ τότε η απόσταση του αριθμού x από το 1 είναι:
 α. 1 β. 0 γ. 2 δ. 3

iv) Έχουμε $2 = \sqrt[2]{2^2} = \sqrt[2]{(-2)^2} = -2$. Σε ποια από τις ισότητες α, β, γ έχει γίνει λάθος;
 α. $2 = \sqrt[2]{2^2}$ β. $2 = \sqrt[2]{(-2)^2}$ γ. $-2 = \sqrt[2]{(-2)^2}$

v) Αν $\frac{\sqrt{x^2}}{x} - \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+4}} = 0$ τότε:
 α. $x > 0$ β. $x > 2$ γ. $x \geq 2$ δ. $x < 2$

vi) Η παράσταση $A = \sqrt{16+16x^2} + \sqrt{4+4x^2}$ είναι ίση με:
 α. $6\sqrt{1+x^2}$ β. $20\sqrt{1+x^2}$ γ. $6\sqrt{4+4x^2}$ δ. $1+x^2$

vii) Η παράσταση $A = \frac{2}{\sqrt{x-3} + \sqrt{x-1}}$ ορίζεται όταν:
 α. $x \geq 3$ β. $x > 1$ γ. $x > 3$ δ. $x > -3$

viii) Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και $\sqrt{(\alpha-1)^2} + \sqrt[4]{(\beta-3)^4} = 0$ τότε:
 α. $\alpha = 1, \beta = -3$ β. $\alpha = -1, \beta = -3$ γ. $\alpha = 1, \beta = 3$ δ. $\alpha = -1, \beta = -3$

85. Αν $x = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ και $y = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
 $A = x \cdot y$ $B = x^2 + y^2$

86. Να απλοποιηθούν οι ρίζες:

α. $\sqrt{(-2)^2 \alpha^4 \beta}$, $\beta > 0$ β. $\sqrt[3]{8\alpha^6 \beta^4}$
 γ. $\sqrt[4]{(-4)^4 \alpha^4 \beta^8}$ δ. $\frac{\sqrt[3]{\alpha^5 \beta^4} \cdot \sqrt[3]{\alpha^3 \beta^2}}{\sqrt[3]{\alpha^2 \beta^{12}}}$ $\alpha > 0, \beta \neq 0$

87. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $3\sqrt{8} - 7\sqrt{18} + 9\sqrt{72} - 12\sqrt{50}$ β) $\sqrt{45a^3} - \sqrt{80a^3} + \sqrt{5a}$, $a > 0$

Ρίζες Πραγματικών αριθμών

$$\gamma) \sqrt{45\alpha^3\beta} + \sqrt{125\alpha^3\beta} - \sqrt{320\alpha^3\beta} \quad \alpha, \beta > 0$$

88. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$\alpha) \sqrt{8+2\sqrt{15}} \quad \beta) \sqrt{3-2\sqrt{2}} \quad \gamma) \sqrt{5+2\sqrt{6}} \quad \delta) \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}$$

89. Ομοίως η παράσταση: $A = \sqrt{4x^4 + 12x^2 + 9}$

90. Αν $x\sqrt{y^2} - y\sqrt{x^2} + y|y| - x|x| = 0$ να δείξετε ότι: $|x| = |y|$.

91. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = \sqrt{4+\sqrt{7}} + \sqrt{4-\sqrt{7}} \quad B = \sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}$$

92. Να τραπούν τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή.

$$\text{i)} \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{ii)} \frac{3}{\sqrt{2}} \quad \text{iii)} \frac{x}{\sqrt{x+y}} \quad \text{iv)} \frac{1}{\sqrt[5]{a^2}} \quad \text{v)} \frac{1}{\sqrt[3]{0,008}} \quad \text{vi)} \frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[6]{8}}$$

93. Ομοίως τα κλάσματα:

$$\begin{array}{lll} \text{i)} \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} & \text{ii)} \frac{2}{\sqrt{3}-2} & \text{iii)} \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \\ \text{iv)} \frac{a^2-\beta^2}{\sqrt{a}-\sqrt{\beta}} & \text{v)} \frac{x+3}{\sqrt{x^2-9}} & \text{vi)} \frac{1+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \end{array}$$

94. Ομοίως τα κλάσματα:

$$\text{i)} \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} \quad \text{ii)} \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}} \quad \text{iii)} \frac{2}{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2}} \quad \text{iv)} \frac{1}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}}$$

95. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$\text{i)} 4\sqrt[4]{16} \quad \text{ii)} \sqrt[3]{2\sqrt[5]{2\sqrt[4]{2}}} \quad \text{iii)} \sqrt[3]{3\sqrt[2]{3\sqrt[4]{3}}} \quad \text{iv)} \sqrt[5]{\sqrt{5\sqrt[3]{5}}}$$

96. Να βρεθούν τα γινόμενα:

$$\begin{array}{ll} \text{i)} \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{16} & \text{ii)} \sqrt[6]{a^5} \cdot \sqrt[3]{a^2} \\ \text{iii)} \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[2]{a^4} & \text{iv)} \sqrt[3]{a^{3v-1}} \cdot \sqrt[5]{a^{v-1}} \cdot \sqrt[7]{a^{2-3v}} \end{array}$$

97. Να βρεθούν τα πηλίκα:

Ρίζες πραγματικών αριθμών

i) $\sqrt[5]{a^4} : \sqrt[15]{a^6}$

ii) $\sqrt{8} : \sqrt[3]{4}$

iii) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x^2} : \sqrt[15]{x^2}$

98. Να συγκριθούν οι αριθμοί:

i) $\alpha = 2 + \sqrt{3}, \quad \beta = 3 + \sqrt{2}$

ii) $\gamma = \sqrt{2} - 2, \quad \delta = \sqrt{3} - 1$

iii) $\kappa = \sqrt{2 + \sqrt{3}}, \quad \lambda = \sqrt{3 + \sqrt{2}}$

iv) $\mu = \sqrt[3]{2}, \quad \nu = \sqrt{3}$

99. Αν $x = 2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}, \quad y = 2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}, \quad \omega = 2 + \sqrt{2}$ να δείξετε ότι: $x \cdot y \cdot \omega = 2$.**100.** Αν $x = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}, \quad y = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}}, \quad \omega = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ να δείξετε ότι: $x \cdot y \cdot \omega = 1$.**101.** Αν $x = \sqrt[2002]{\alpha + y^{2002}}, \quad y = \sqrt[2002]{\beta + z^{2002}}, \quad \text{και} \quad z = \sqrt[2002]{\gamma + x^{2002}}$ Να δείξετε ότι: $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma$.**102.** Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις:

$A = \sqrt{x+2} + \sqrt{x-1}$

$B = \sqrt{x^2 + \sqrt{x^2 - 6x + 9}}$

$\Gamma = \sqrt{1 - |x+1|}$

103. Να προσδιοριστεί ο a ώστε η παράσταση $A = \sqrt{16 - a^2 + |x+1|}$ να ορίζεται για κάθε x .