

Ερωτήσεις Κατανόησης - Ασκήσεις για λύση

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ), αφού προηγουμένως τις αιτιολογήσετε.

i) Η εξίσωση $\frac{2x-1}{x+1} = \frac{x-1}{x^2-1}$ έχει λύση την $x = -1$ ()

ii) Η εξίσωση $ax + 5 = 0$, όταν $a = 0$ είναι αδύνατη ()

iii) Οι εξισώσεις $\frac{1}{3}(x+1) = 4$ και $3x-1 = 30$ είναι ισοδύναμες ()

iv) Η εξίσωση $ax = -3$ έχει λύση $x = -\frac{3}{a}$ ()

v) Αν η εξίσωση $(a-1)x = a^2 - 1$ είναι ταυτότητα, τότε η εξίσωση $(a-1)x = 2a$ είναι αδύνατη. ()

vi) Η εξίσωση $(\lambda-2)x = \lambda^2 - 4$ με $\lambda = 2$ είναι ταυτότητα. ()

2. Να βάλετε σε κύκλο το γράμμα της απάντησης που θεωρείτε σωστή, αφού πρώτα την αιτιολογήσετε.

i) Η εξίσωση $\lambda x = 1$ έχει μοναδική λύση όταν:

α. $\lambda \neq 0$ β. $\lambda \in \mathbb{R}$ γ. $\lambda = 0$

ii) Αν η εξίσωση $(\lambda^2 - 9)x = \lambda^2 + 3\lambda$ είναι αδύνατη, τότε η εξίσωση $\lambda x + \lambda = -3x$ είναι:

α. αδύνατη β. ταυτότητα
γ. έχει μοναδική λύση δ. κανένα από τα προηγούμενα.

iii) Αν $y - 1 = 0$ και $\frac{2x+1}{y(y+2)} = 3$, τότε η τιμή του x είναι:

α. 1 β. 4 γ. 0 δ. οποιοσδήποτε πραγματικός.

iv) Αν οι εξισώσεις $(\lambda-1)x = \lambda$ και $\lambda^2 x + 2\lambda = x + 1$ είναι συγχρόνως αδύνατες, τότε η τιμή του λ είναι:

α. $\lambda = 1$ β. $\lambda = -1$ γ. $\lambda = 0$ δ. Οποιοσδήποτε πραγματικός.

v) Να βρείτε ποιον ακέραιο πρέπει να προσθέσουμε στους όρους του κλάσματος $\frac{4}{11}$, ώστε να γίνει ίσο με $\frac{2}{3}$.

α. 1 β. -10 γ. 10 δ. $-\sqrt{2}$

- vi) Ένα μέρος x του ποσού 2.000 ευρώ τοκίστηκε με επιτόκιο 6% και το υπόλοιπο με επιτόκιο 8%. Αν σ'ένα χρόνο οι τόκοι ήταν συνολικά 130 ευρώ, ποια εξίσωση αποδίδει τη λύση του προβλήματος;

$$\alpha. \frac{6}{100}x + (2-x)\frac{8}{100} = 0,13$$

$$\beta. \frac{6}{100}x + (x-2)\frac{8}{100} = 0,13$$

$$\gamma. \frac{6}{100}x + (2-x)\frac{8}{100} = 130$$

$$\delta. \frac{6}{100}x + (x+2)\frac{8}{100} = 130$$

όπου x το ποσό σε χιλιάδες ευρώ.

3. Να αντιστοιχίσετε κάθε αριθμό της στήλης Α με το σωστό γράμμα της στήλης Β. Αιτιολογήστε την αντιστοίχιση.

Στήλη Α (Εξίσωση)	Στήλη Β (Λύση της εξίσωσης)
i) $6x = 6$	α) αδύνατη
ii) $(x+1)(x^2+1) = 0$	β) 100
iii) $(\lambda-1)x = \lambda-1$, όταν $\lambda = 1$	γ) 99
iv) $\frac{x-1}{99} + \frac{x}{100} = \frac{x+1}{101} + \frac{x+2}{102}$	δ) -1
v) $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = 1$	ε) ταυτότητα
	στ) 1

4. Να λυθούν οι εξισώσεις: i) $(x+1) \cdot (2x-1) \cdot (x+3) = 0$ ii) $(x+1)^2(x-3) = (x^2-9)(x+1)$

5. Να λυθούν οι εξισώσεις: i) $(2x+1)^2 - (x-1)^2 = x$ και ii) $(x+2)^2 = x^2 - 4$

6. Να λυθούν οι εξισώσεις: i) $x^2 - 4x + 3 = 0$ και ii) $x^2 + 5x + 6 = 0$

7. Να λυθεί η εξίσωση: $(x^2 - 5x + 6)^2 + (x^2 - x - 2)^2 = 0$

8. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x+1}{4} + \frac{2(x-1)}{3} = x+1$

9. Να λυθεί η εξίσωση: $0,5(x+1)^2 - 0,2(x+1) = \frac{1}{10}x^2 - 0,1$

10. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{x-1}{x^2-4}$

11. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{1}{x - \frac{x}{1-x}} = 1$
12. Να λυθούν οι εξισώσεις:
 i) $\mu(2x + \mu) = \mu + \mu^2$ ii) $\lambda^2(x - 1) = x(2\lambda - 1) - 3\lambda + 2$ iii) $a^2(x - 1) = -\beta(ax + \beta)$
13. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x-a}{\beta} + \frac{x-\beta}{a} + 2 = 0$ [$a \cdot \beta \neq 0$]
14. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x}{\lambda^8 \cdot \mu^{10}} - \frac{x}{\lambda^{10} \cdot \mu^8} = \frac{1}{\mu^{10}} - \frac{1}{\lambda^{10}}$ [$\lambda \cdot \mu \neq 0$]
15. i) Να λύσετε την εξίσωση: $(x-1)^3 + (3-2x)^3 + (x-2)^3 = 0$ (1)
 ii) Αν β είναι η μικρότερη ρίζα της (1) να λύσετε την εξίσωση: $ax = a(a+1) + \beta(x-2)$
16. Να αποδείξετε ότι αν η εξίσωση $a^2(x-1) = x(2-a) - 1$ είναι ταυτότητα, τότε η εξίσωση $a^2x - 1 = a(x+1)$ είναι αδύνατη.
17. Οι κάθετες πλευρές ενός ισοσκελούς και ορθογωνίου τριγώνου είναι: $(2x-1)\text{cm}$ και $(4x-7)\text{cm}$. Να βρεθούν:
 i) Η υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ii) Η περίμετρός του.
18. Μια Ferrari διανύει μια απόσταση σε 4 ώρες, ενώ ένα δεύτερο αυτοκίνητο που έχει μέση ταχύτητα κατά 70km/h μικρότερη από την Ferrari διανύει την ίδια απόσταση σε 8 ώρες.
 i) Να βρείτε πόση είναι η απόσταση ii) Ποιες είναι οι ταχύτητες τους;
19. Τρεις μαθητές Α, Β, Γ ρωτούν τον καθηγητή των Μαθηματικών τους, για τον βαθμό που προτίθεται να τουςβάλει στο τέλος του τετραμήνου και αυτός τους απαντά ως εξής: Ο Β έχει το 1/2 του βαθμού που έχει ο Α και δύο βαθμούς παραπάνω, ο Γ έχει τα 5/4 του βαθμού του Α, ενώ το άθροισμα των βαθμολογιών σας είναι 46. Να βρεθεί ο βαθμός του κάθε μαθητή.
20. Σε ένα μείγμα 200 ml υπάρχει μια χημική ουσία Α με περιεκτικότητα 18%. Πόσα ml νερού πρέπει να ρίξουμε στο μείγμα, έτσι ώστε η περιεκτικότητα της ουσίας Α να γίνει 10%;

21. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $|x| = 2$

ii) $|x+1| = -1$

iii) $|2x+1| = 1$

iv) $|x+4| = 0$

v) $-|3x+2| = 7$

vi) $|3x| + 2 = 0$

22. Ομοίως οι εξισώσεις:

i) $\frac{5-|1-x|}{2} = 0$

ii) $3-2|x|+|1+x|=0$

iii) $|x+7| = |-3|$

iv) $|x| = -x^2 + 2x - 1$

23. Ομοίως οι εξισώσεις:

i) $|x-2| + |2x-4| = 0$

ii) $|x-3| + |x^2-3x| = 0$

iii) $|x+1| + |x-2| = 0$

iv) $|2|x-1|+1| = 3$

24. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $|x+1| = |x+3|$

ii) $|x+2| - |2x+3| = 0$

iii) $\left| \frac{x+3}{x+2} \right| = 1$

iv) $2||x|-x|-3||x|+x| = -5x-1$

25. Ομοίως οι εξισώσεις:

i) $\frac{2|x|-1}{2} + \frac{|x|+1}{4} = \frac{|x|+2}{8}$

ii) $\frac{|x-1|+2}{3} + \frac{|1-x|}{4} = \frac{|x-1|+3}{4}$

iii) $\frac{|x-2|}{2} + 1 = \frac{|4-2x|}{3}$