

ΘΕΜΑ 63

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$.

- α)** Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.
- β)** Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφή της.
- γ)** Να γράψετε την f ως σύνθεση δύο ή περισσότερων συναρτήσεων.
- δ)** Να εξετάσετε αν υπάρχει το $(f^{-1} \circ f^{-1})(2)$.
- ε)** Να αποδείξετε ότι η f είναι περιττή και να λύσετε την εξίσωση:
$$f(x - \eta\mu x) + f(x^3) + f(\eta\mu x - x) = f(x)$$