

## ΘΕΜΑ 68

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g$  για τις οποίες ισχύουν:

α) η  $f$  είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

$$\gamma) g(x) = f(x) + 2005e^x + 2004x^5 + 1, x \in \mathbb{R}.$$

1. Να βρείτε το σύνολο τιμών της  $g$  και να δείξετε ότι η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε ένα μόνο σημείο.
2. Να βρείτε το πρόσημο της ρίζας της εξίσωσης  $g(x) = 0$ .

$$3. \text{ Αν ακόμη ισχύει: } g(0) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(e^{2007}x + 1)}{\ln(e^x + 1)}, \text{ να υπολογίσετε το}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [(f(0) - 1)x^5 + x^2 + x + 1].$$