

ΘΕΜΑ 71

Δίνονται οι αντιστρέψιμες στο $\mathbb{R}$ συναρτήσεις f, g με σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$, για τις οποίες ισχύει ότι: $f^{-1}(g(x)+2)+x=4$ και $g^{-1}(8-2x-f(4-x))-x=0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(x)=x+1$ και $g(x)=3-x$, $x \in \mathbb{R}$.

Έστω η συνάρτηση $h(x) = -(f \circ g)(x)$, $x \geq 1$.

β) Να αποδείξετε ότι η h αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφή της.

γ) Να βρείτε τα ακρότατα της h .

δ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της h βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της f .