

Θέμα 11

Δίνονται οι συνεχείς και γνησίως μονότονες συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύουν τα εξής:

- $f(x) > 0$ και $g(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$,
- $f(1) \cdot f(2) = g(1) \cdot g(2)$.

Να δειχθεί ότι:

- α.** Υπάρχει ακριβώς ένα $x_1 \in (1, 2)$ τέτοιο ώστε να ισχύει $f^2(x_1) = g(1) \cdot g(2)$
- β.** Υπάρχει $x_2 \in (1, 2)$ τέτοιο ώστε να ισχύει $f(x_1) = g(x_2)$.