

Θέμα 15

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2\sqrt{x}$ και $g(x) = x + 2$.

α) Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ g$.

β) Να δείξετε ότι η C_f βρίσκεται κάτω από τη C_g .

γ) Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση των C_f, C_g καθώς και τα σημεία για τα οποία επιτυγχάνεται.

δ) Να μελετήσετε τις f, g ως προς τη μονοτονία και στη συνέχεια να δείξετε ότι $2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{x}}} < x + 6$ για κάθε $x \geq 0$.

ε) Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφή της.

στ) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των f, f^{-1} .

ζ) Να ορίσετε την συνάρτηση $f^{-1} \circ g$ και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

η) Να αποδείξετε ότι $(f^{-1} \circ g)(x) > \ln x$ για κάθε $x > 0$.