

ΘΕΜΑ 22

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x + \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sigma\upsilon\nu x}{x} = 0$

β) Να υπολογίσετε τα όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{1}{f(x)}$

iii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \eta\mu \frac{1}{f(x)}$

γ) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

δ) Να αποδείξετε ότι υπάρχει μοναδικό $x_0 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ τέτοιο, ώστε $x_0 + \eta\mu x_0 = \sigma\upsilon\nu x_0$