

ΘΕΜΑ 29

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$.

- α) Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφή της.
- β) Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των f και f^{-1} .
- γ) Σε ένα πρόχειρο σχήμα να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των f και f^{-1} .

δ) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - \sqrt[3]{(f(x)-1)^2} - 1}{\sqrt[6]{(f(x)-1)^2} - 1}$.

ε) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $(f(x)-1)^2 = x^4 - x^3 + x^2 - 3x + 2$ έχει τουλάχιστον μια ρίζα στο διάστημα $(1,2)$.