

ΘΕΜΑ 30

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{x}$.

α) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα.

β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .

γ) Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφή της.

δ) Να αποδείξετε ότι για κάθε $0 \leq a < b$ ισχύει: $\sqrt{b+1} - \sqrt{b} < \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$.

ε) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x+1) - f(x))$.