

ΘΕΜΑ 38

Δίνεται συνεχής συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει ότι $e^{-f(x)} - e^{f(x)} = 2x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $f(0) = 0$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$, $x \in \mathbb{R}$.

β) Να δείξετε ότι η f είναι περιττή.

γ) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα.

δ) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .