

ΘΕΜΑ 40

19. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2^x + 3^x - 1, x \in \mathbb{R}$.

- α) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.
- β) Να λύσετε την εξίσωση $2^{x^2-3x} - 2^{2x-4} = 3^{2x-4} - 3^{x^2-3x}$.
- γ) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .
- δ) Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \alpha, \alpha > 0$.
- ε) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f(x) + 1}$.