

ΘΕΜΑ 46

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$.

α) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.

β) Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφή της.

γ) Έστω ότι $f(g(x)) = \frac{x}{x-1}$, $g(x) > 1$, $x > e$.

i. Να δείξετε ότι $g(x) = \ln x$.

ii. Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f , g τέμνονται ακριβώς σε ένα σημείο.