

ΘΕΜΑ 48

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$.

α) Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα.

β) Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφή της.

γ) Να δείξετε ότι η f είναι περιττή.

δ) Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

ε) Να δείξετε ότι η εξίσωση $(x+1)e^{f(x)} = x^3 - 6x^2 + x + 3$ έχει τουλάχιστον δύο λύσεις στο διάστημα $(-1,1)$.