

ΘΕΜΑ 58

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x - \eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ **ii.** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\eta\mu x)}{x} = 0$ **iii.** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(f(f(x)))}{x} = 0$

β) Να υπολογίσετε (αν υπάρχουν), τα παρακάτω όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ **ii.** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2 - 2x\eta\mu x + \eta\mu^2 x}$

γ) Αν για συνάρτηση $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ισχύει ότι $g^2(x) - f^2(x) + 1 \leq 2g(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.