

ΘΕΜΑ 59

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{(\lambda - 1)x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$.

α) Να βρείτε τη τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ για την οποία υπάρχει στο $\mathbb{R}$ το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

Έστω $\lambda = 2$.

β) Να υπολογίσετε τα όρια: **i.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ και **ii.** $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

γ) Έστω η συνάρτηση $g(x) = (x + 1)f(x)$. Να υπολογίσετε τα όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{g(x)} - 1}{x + 1}$

ii. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{g(x)} + \sqrt[3]{g(x)} - 2}{x + 1}$

iii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{g(x)} + 3^{g(x)} - 1}{4^{g(x)} + 5}$

iv. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - \ln(e^{g(x)} + 1) \right]$