

Θέμα 60

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2e^x + x$ και η $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$g^3(x) + g(x) - x = 2e^x$$

α. Να δείξετε ότι υπάρχει μοναδικό $x_0 \in (-1, 0)$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = 0$.

β. Να δείξετε ότι η g είναι γνησίως αύξουσα και να βρείτε το πρόσημό της.

γ. Να λύσετε την ανίσωση $g(f(x)) > 1$.