

Θέμα 02

Έστω οι συναρτήσεις $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για μας οποίες ισχύουν οι σχέσεις:

- i. $h(0) = 4$.
- ii. $h(x) - h(y) \geq 2x - 2y$ για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$.
- iii. $f(g(x)) = h(x)$ για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρεθεί η συνάρτηση h .
- β. Να δείξετε ότι η συνάρτηση g είναι 1-1.
- γ. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f έχει σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$.
- δ. Να αποδείξετε ότι αν η συνάρτηση f είναι γνήσια φθίνουσα, τότε και η συνάρτηση g είναι γνήσια φθίνουσα.
- ε. Αν ισχύει $f(x) = g(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να εκφρασθεί η συνάρτηση f^{-1} σε συνάρτηση της f .