

Θέμα 12

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \ln x - x$.

α) Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

β) Αν $0 < \alpha < \beta < 1$, να δείξετε ότι $\alpha e^\beta < \beta e^\alpha$.

γ) Να λυθεί η ανίσωση

$$\ln(x^2 + 2) - (x^2 + 2) < \ln(x^2 + e^x + 1) - (x^2 + e^x + 1)$$