

Θέμα 16

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = e^x - x$.

- α. Να δείξετε ότι $f(x) \geq 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- β. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) + f(x^2) + f(x^3) = 3$.
- γ. Αν $\alpha, \beta \in (0, +\infty)$ με $\alpha \cdot \beta = 1$, να δείξετε ότι $\alpha + \beta \geq \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$.