

Θέμα 17

Έστω $f(x) = x - \ln(1 + e^x)$, $x \in \mathbb{R}$.

α. Να δείξετε ότι $f(1) = 1 + f(-1)$.

β. Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον $x_0 \in (-1, 1)$ τέτοιο ώστε $2f'(x_0) = 1$.

Να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο $A(x_0, f(x_0))$ αφού βρείτε το x_0 .

γ. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.

δ. Να βρείτε τη θέση της C_f ως προς την εφαπτομένη του ερωτήματος γ.

ε. Να αποδείξετε ότι: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

ς. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ζ. Να δείξετε ότι η ευθεία $y = x$ είναι πλάγια ασύμπτωτη της C_f για $x \rightarrow -\infty$.