

### Θέμα 19

Θεωρούμε τη συνάρτηση:  $f(x)=2x+1+\sqrt{4x^2+1}$ .

- i) Δείξτε ότι για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  οι αριθμοί  $\alpha=f(x)-1$  και  $\beta=f(-x)-1$  είναι θετικοί και αντίστροφοι.
- ii) Μελετήστε την  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τις ασύμπτωτες και βρείτε το σύνολο τιμών της.
- iii) Μελετήστε τη συνάρτηση  $g(x)=\ln f(x)$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τις ασύμπτωτες και βρείτε το σύνολο τιμών της.
- iv) Δείξτε ότι η  $g$  αντιστρέφεται και βρείτε την  $g^{-1}$ .