

Θέμα 20

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{\ell n x}{x}$ και $g(x) = 2x + f(x)$.

- α. Να αποδείξετε ότι $\ell n x < x$ για κάθε $x > 0$.
- β. Να αποδείξετε ότι η g είναι γνησίως αύξουσα στο $(0, +\infty)$.
- γ. Να μελετήσετε την συνάρτηση g ως προς την κυρτότητα και να βρείτε (αν υπάρχουν) τα σημεία καμπής.
- δ. Να βρείτε τη σχετική θέση της C_g ως προς την ευθεία $y = 2x$.
- ε. Να βρείτε ένα σημείο $M(x_0, g(x_0))$ στο οποίο η εφαπτομένη της g είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 2x$.