

Θέμα 34

Έστω συνάρτηση f δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}^*$ για την οποία ισχύει ότι:

- $xf''(x) > 0$ για κάθε $x \neq 0$ και
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

Να δείξετε ότι:

α) η f είναι γνησίως φθίνουσα σε καθένα από τα διαστήματα $(-\infty, 0)$, $(0, +\infty)$

β) $xf(x) > 0$ για κάθε $x \neq 0$.

γ) Να δείξετε ότι η f δεν είναι γνησίως μονότονη στο πεδίο ορισμού της.

δ) Αν $A(\alpha, f(\alpha))$, $B(\beta, f(\beta))$ με $0 < \alpha < \beta$ δύο σημεία της C_f , να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από το ευθύγραμμο τμήμα AB στο διάστημα (α, β) .