

Θέμα 43

Έστω μια συνάρτηση $f: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη με $f(x) > 0$

για κάθε $x \in [1, 2]$ και $[f'(x)]^2 > f(x)f''(x)$ για κάθε $x \in (1, 2)$.

Αν $g(x) = \ln f(x)$, $x \in [1, 2]$, να δείξετε ότι:

α. Η συνάρτηση g είναι κοίλη στο $[1, 2]$.

β. Υπάρχει $\xi \in (1, 2)$ τέτοιο ώστε $f(2) = f(1) \cdot e^{\frac{f'(\xi)}{f(\xi)}}$.

γ. $f(2) \cdot \ln \frac{f(2)}{f(1)} > f'(2)$