

Θέμα 46

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^x}{2} - \ln x$, $x > 0$.

- i. Να εξετάσετε αν υπάρχει σημείο της γραφικής παράστασης της f στο οποίο η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.
- ii. Να αποδειχθεί ότι: $f(x) > 0$ για $x > 1$.
- iii. Να αποδείξετε ότι $e^3 - e^2 > \ln \frac{9}{4}$.
- iv. Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της f έχει ασύμπτωτες.
- v. Να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης F αν ισχύει $F'(x) = -f(x) \cdot F^2(x)$, $x \geq 1$ και $F(1) = 1$ όπου $F(x) \neq 0 \quad \forall x \geq 1$.