

Θέμα 47

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = 2\ln x + x^2 - 1$

- i. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.
- ii. Να μελετήσετε την f ως προς τα κοίλα και να βρείτε τα σημεία καμπής.
- iii. Να βρείτε το πρόσημο της συνάρτησης f .
- iv. Να βρείτε το σύνολο των τιμών της συνάρτησης f .
- v. Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) + f(x^2) = f(x^5) + f(x^{10})$
- vi. Αν $\alpha, \beta > 0$, $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = e^{(\beta-\alpha)(\beta+\alpha)}$ να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta$