

ΘΕΜΑ 53

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{4-x^2}$, $x \in [0, 2]$.

α) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

β) Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφή της.

γ) Υλικό σημείο M κινείται επί της C_f και η τετμημένη του αυξάνεται με ρυθμό 0,1 μονάδες μήκους το δευτερόλεπτο.

i. Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της τεταγμένης του τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το σημείο $A(\sqrt{3}, 1)$.

ii. Αν K, Λ οι προβολές του M στους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα, να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του ορθογωνίου $OKM\Lambda$ τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το A .

δ) Να βρείτε τις τιμές του $\alpha > 0$ για τις οποίες υπάρχουν δύο εφαπτόμενες της C_f που σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν α .