

ΘΕΜΑ 55

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2\eta\mu^3 x + \alpha x + 1, & x < 0 \\ 2\eta\mu^2 x - x^2 + x + \alpha, & x \geq 0 \end{cases}$.

α) Να βρείτε τη τιμή της παραμέτρου $\alpha \in \mathbb{R}$ για την οποία η f είναι συνεχής στο πεδίο ορισμού της.

Έστω $\alpha = 1$.

β) Να δείξετε ότι υπάρχει $x_1 \in (-\pi, 0)$ τέτοιο, ώστε $f(x_1) = 0$.

γ) Να δείξετε ότι **δεν** εφαρμόζεται για την f το θεώρημα Rolle στο $[-\pi, \pi]$.

δ) Να δείξετε ότι η f δέχεται οριζόντια εφαπτομένη σε σημείο με τετμημένη $\xi \in (-\pi, \pi)$.