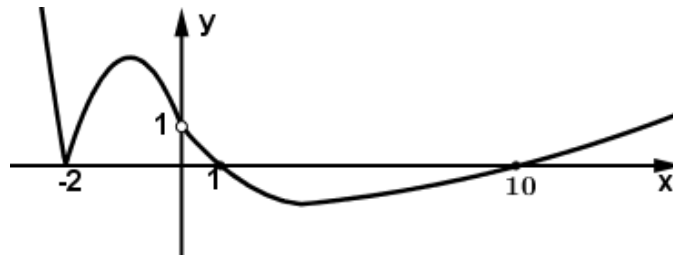


ΘΕΜΑ 56

Έστω συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $(-2, +\infty)$ και η συνάρτηση $g(x) = \frac{f(x) - x^3}{x}$ της οποίας η γραφική παράσταση δίνεται στο παρακάτω σχήμα.



- α) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|g(x)|}$.
- β) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{f(x) - 1}$.
- γ) Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- δ) Να δείξετε ότι η f διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- ε) Να δείξετε ότι υπάρχει $x_0 \in (1, 10)$ τέτοιο, ώστε $x_0 f'(x_0) - f(x_0) = 2x_0^3$.
- στ) Αν η γραφική παράσταση της g έχει εφαπτομένη στο σημείο $A(1, g(1))$ την ευθεία $\varepsilon: y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$, να βρείτε την εφαπτομένη της f στο σημείο $B(1, f(1))$.