

ΘΕΜΑ 59

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 + 1$ και $g(x) = x^3$.

- α)** Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των f, g τέμνονται σε τουλάχιστον ένα σημείο.
- β)** Να βρείτε διάστημα της μορφής $(\alpha, \alpha + 1)$ με $\alpha \in \mathbb{Z}$ το οποίο να περιέχει την τετμημένη κοινού σημείου των C_f, C_g .
- γ)** Να δείξετε ότι το κοινό τους σημείο είναι μοναδικό.
- δ)** Να τις σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων.
- ε)** Να δείξετε ότι υπάρχει μοναδική εφαπτομένη της C_g σε σημείο $B(\rho, g(\rho))$ με $\rho \leq 0$ η οποία εφάπτεται και της C_f . Στη συνέχεια να βρείτε διάστημα της μορφής $(\beta, \beta + 1)$ με $\beta \in \mathbb{Z}$ το οποίο να περιέχει την τετμημένη του B .