

ΘΕΜΑ 61

Δίνεται παραγωγίσιμη και κυρτή συνάρτηση $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$. Αν η ευθεία $y = 4x + 5$ είναι πλάγια ασύμπτωτη της f στο $+\infty$, τότε:

- α)** Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x+1) - f(x)]$.
- β)** Να αποδείξετε ότι $f(x) - f(x-1) < f'(x) < f(x+1) - f(x)$.
- γ)** Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$.