

ΘΕΜΑ 63

Δίνεται δύο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση $f : [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει ότι: $f(2) = 0$, $f(3) = 2$, $f'(3) = 1$ και $f''(x) < 0$ για κάθε $x \in [2, 3]$.

- α)** Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.
- β)** Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .
- γ)** Να αποδείξετε ότι η ευθεία $y = x - 1$ εφάπτεται της C_f .
- δ)** Να αποδείξετε ότι υπάρχει $\xi \in (2, 3)$ τέτοιο, ώστε $f''(\xi) < -1$.
- ε)** Να αποδείξετε ότι $f(x) \geq 2(x - 2)$ για κάθε $x \in [2, 3]$.