

A. Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$. Επιπλέον η f' και f^{-1} είναι συνεχές στο $\mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{f(\alpha)}^{f(\beta)} f^{-1}(x) dx = \beta \cdot f(\beta) - \alpha \cdot f(\alpha)$$

B. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x + 5$. Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_7^{15} f^{-1}(x) dx$.