

Θέμα 33

Έστω η δύο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση f στο $[0, \pi]$, με $f''(x) = f(x)$ για κάθε $x \in [0, \pi]$.

Να δείξετε ότι:

α)
$$\int_0^{\pi} f(x) \cdot \sin x dx = -\frac{f'(\pi) + f'(0)}{2}$$

β) Υπάρχει $x_1 \in [0, \pi]$, ώστε:

$$f'(x_1) = \int_0^{\pi} f'(x) \cdot \eta \mu x dx$$