

## Γενικές οδηγίες και συμβουλές για τις Πανελλαδικές !

**Διάβασε καλά** αυτές τις οδηγίες **δύο και τρεις φορές, αν έχεις το χρόνο!**

**Αποτελούν στην ουσία τις δικές σου σκέψεις και την εμπειρία των προηγούμενων υποψήφιων.**

**Αν συγκρατήσεις ένα μέρος τους, θα έχεις κάνει ένα μεγάλο βήμα για την επιτυχία σου!**

**1.** Ποτέ δε βιαζόμαστε να ξεκινήσουμε την λύση ενός ερωτήματος, αν δε βεβαιωθούμε ότι έχουμε καταλάβει απόλυτα τόσο τα δεδομένα όσο και τα ζητούμενα. Ακόμα και τα σημεία στίξης έχουν τη σημασία τους πολλές φορές, ειδικά στα προβλήματα. Γι' αυτό διαβάζουμε αργά και σχολαστικά την άσκηση, τουλάχιστον δύο φορές. Μερικές φορές είναι χρήσιμο να ρίξουμε μια ματιά σε όλο το θέμα, γιατί από τα επόμενα ερωτήματα γίνονται καλύτερα αντιληπτά τα προηγούμενα. **Συνήθως η λύση βρίσκεται στην εκφώνηση!**

**2.** Πριν αρχίσουμε να γράφουμε σκεφτόμαστε ψύχραιμα και φέρνουμε στο μυαλό μας αντίστοιχες ασκήσεις :

- Μήπως πρέπει να αναφέρω κάποιες προϋποθέσεις; Κρίμα να χάσω μονάδες από έλλειψη αιτιολογήσεων.
- Έγραψα το πεδίο ορισμού; Έβαλα διπλή γραμμή στα πινακάκια που ίσως φτιάξω για μονοτονία ή για πρόσημο, όπου δεν ορίζεται η συνάρτηση;
- Εξέτασα δεύτερη φορά τα πρόσημα σε κάποιον πίνακα που αφορά στην  $f$ ,  $f'$  ...;
- Μήπως μπορώ να φτιάξω **ένα διάγραμμα**, ώστε και την εκφώνηση να καταλάβω καλύτερα, αλλά και την πορεία λύσης να αντιληφθώ γρηγορότερα; Αυτό ενδείκνυται σε προβλήματα με εφαπτομένες, στο ρυθμό μεταβολής, σε ανισότητες πάνω σε κυρτές ή κοίλες συναρτήσεις αλλά και σε κάθε περίπτωση με γραφικές παραστάσεις, όπως π.χ. στις αντίστροφες.

**3.** Κάνουμε με πάρα πολύ προσοχή, χωρίς όμως πίεση και αγωνία, τις πράξεις. Σε κάθε βήμα **ελέγχουμε** τις απαντήσεις και μετά προχωράμε. Κοιτάζουμε για αντίθετους όρους, για κοινούς παράγοντες, για απλοποιήσεις κ.λ.π., βάζοντας πάντα και παντού τυχόν περιορισμούς. Όταν λύνουμε εξισώσεις ή καταλήγουμε σε αριθμητικές απαντήσεις, κάνουμε όπου είναι δυνατόν μια σύντομη επαλήθευση. Οι πιο πολλοί μαθητές χάνουν τουλάχιστον 1-3 μονάδες από επιπόλαια αριθμητικά λάθη.

**Η απώλεια μονάδων από λάθος πράξεις είναι ό,τι χειρότερο μπορεί να σου συμβεί στις εξετάσεις! Πρέπει με κάθε τρόπο οι πράξεις μας να είναι σωστές!**

4. Αν ένα ερώτημα δεν μπορέσεις να το απαντήσεις, πάρε το συμπέρασμα έτοιμο, σαν να το είχες αποδείξει, και χρησιμοποίησέ το έτοιμο για να λύσεις όχι μόνο το αμέσως επόμενο αλλά και τα επόμενα. Μπορεί μάλιστα το ερώτημα αυτό να είναι απαραίτητο για το τελευταίο υποερώτημα!
  5. Αν δεις ότι στη λύση μιας άσκησης οδηγείσαι σε υπερβολικά πολλές πράξεις, εξισώσεις μεγάλου βαθμού ή πολύ σύνθετες και μακροσκελείς σχέσεις, τότε ένα είναι σίγουρο: ή έχεις κάνει κάποιο αριθμητικό λάθος ή προσπέρασες κάποια απλοποίηση ή βασικό αλγεβρικό τέχνασμα ή πήρες τελείως λανθασμένο τρόπο. Πάρε την ερώτηση από την αρχή, διάβασέ την καλά, βεβαιώσου εκ νέου ότι κατάλαβες τι σου ζητάνε και ξεκίνα από άλλο μονοπάτι αν μπορείς. **Πάντα να σκέφτεσαι που πρέπει να φτάσεις.**
  6. Όπου μπορούμε, χαράσσουμε ένα πρόχειρο διάγραμμα ή έναν βοηθητικό πίνακα για να καταλάβουμε την ερώτηση ή να αξιοποιήσουμε τα δεδομένα (ειδικά αν μας δίνεται θέμα με διάγραμμα της παραγώγου). Χωρίς αυτό, μερικές φορές είναι αδύνατο να μπούμε στο σκεπτικό της άσκησης.
  7. Σε κάθε μας λύση κάνουμε τουλάχιστον μια αναφορά στις προϋποθέσεις των προτάσεων που χρησιμοποιούμε. Αν οι αναφορές αυτές δεν είναι προφανείς, θέλουν λεπτομερή αιτιολόγηση, όπως π.χ. στο θεώρημα Bolzano η συνθήκη  $f(\alpha)f(\beta) < 0$ . Αντίθετα, είναι αρκετό να γράψουμε ότι: η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής (ως άθροισμα συνεχών), είναι παραγωγίσιμη (ως ...) με  $f'(x) = \dots$  κ.λ.π.
  8. Το λάθος, λογικό ή αριθμητικό, συνήθως γίνεται πιο συχνά σε ασκήσεις που ξέρουμε τη λύση τους παρά σε άλλες, τελείως άγνωστες. Γι' αυτό εκεί που βλέπουμε ότι ξέρουμε τον τρόπο, πρέπει να είμαστε δυο φορές συγκεντρωμένοι και να προχωράμε μεθοδικά και νηφάλια. **Δε βιαζόμαστε.**
- Χρόνος υπάρχει αρκετός.** Όμως αυτός ο χρόνος ροκανίζεται από τυχόν λάθη και ανόητες όπως τις λέμε αστοχίες: (α) Άλλα ζητάει το πρόβλημα και άλλα ψάχνουμε εμείς (β) Άλλα δεδομένα έδωσε και άλλα νομίζουμε εμείς κ.λ.π.
9. **Μη βιάζεσαι ποτέ να πας να κάνεις** τα τεχνάσματα που έμαθες για τη λύση κάποιων ασκήσεων.

**"Ποτέ μην προσπερνάς το προφανές !!!" ,**

Αυτή εδώ είναι ίσως η πιο σημαντική συμβουλή που σου δίνω. Να ξεκινάς και να σκέφτεσαι όσο πιο απλά και σταθερά μπορείς. Βήμα-βήμα. Κάνε πρώτα αυτά που λένε ο ορισμός και τα θεωρήματα (π.χ. στο 1-1 ή στην μονοτονία ή στο θεώρημα Rolle). Προσπάθησε π.χ. να λύσεις την εξίσωση  $f'(x)=0$  με αλγεβρικό τρόπο. Πολές φορές με μια παραγοντοποίηση "κάνεις θαύματα"!!!

**10.** Δεν ξεχνάς ποτέ την τεχνική της **ΜεΡόΠης**. Μπορείς να την προσαρμόσεις σε πάρα πολλά είδη ασκήσεων όπως έμαθες στη διάρκεια των μαθημάτων σου. Αλλά **πρόσεξε**:

Σταματάς να παραγωγίζεις και ξεκινάς να βρίσκεις τις ρίζες της παραγώγου σου όταν:

(1) Μπορείς να απλοποιήσεις την εξίσωσή σου (απαλοιφή παρονομαστών, ln και στα δύο μέλη κ.λ.π) ώστε τώρα να μπορείς να την λύσεις .

(2) Η εξίσωσή σου έχει μόνο ένα σύμβολο.

(3) Η εξίσωσή σου αποτελείται από "κομμάτια" που είναι όλα (+) ή όλα (-).

(4) Μπορείς να κάνεις παραγοντοποίηση.

Επίσης δεν ξεχνάμε πως αν π.χ. η  $f'(x)$  είναι κλάσμα, τότε για την  $f'(x)=0$  παίρνουμε μόνο τον αριθμητή της παραγώγου και χρησιμοποιούμε βοηθητική συνάρτηση  $g$ . Ζητώ ρίζα της  $g$  και το πρόσημό της  $g$ . Γι'αυτό και κάνουμε **ΜεΡόΠη** για τη  $g$ . Έχεις κάνει πολλά τέτοια παραδείγματα και θα βρεις εύκολα τη σωστή λύση. **Προσοχή όμως**: αν πάρεις ως βοηθητική συνάρτηση τη  $g$ , τότε η μελέτη της θα σου λύσει μεν την εξίσωση, αλλά το πρόσημό της δεν είναι πάντα ίδιο με το πρόσημο της  $f'$ . Υπάρχει και ο παρονομαστής!!!

**11.** Σε ασκήσεις: "Να αποδείξετε ότι υπάρχει ..." ή "να αποδείξετε ότι η εξίσωση ... έχει μία τουλάχιστον (ή ακριβώς μία) ρίζα σε ένα διάστημα" φέρνουμε αμέσως στο μυαλό μας τα υπαρξιακά θεωρήματα : Bolzano, Rolle, ΘΕΤ, ΘΜΤ, ΘΜΕΤ και εννοείται τη **ΜεΡόΠη**.

Λοιπόν, σε τέτοια ερωτήματα, μπορεί να πρέπει να θεωρήσουμε βοηθητική συνάρτηση. Όχι μόνο βάζουμε  $x$  στη θέση του γράμματος  $x_0$ , του οποίου θέλουμε την ύπαρξη, όχι μόνο τα φέρνουμε όλα στο 1<sup>ο</sup> μέλος, αλλά μερικές φορές διώχνουμε τους παρονομαστές που μηδενίζονται στα άκρα του διαστήματος που μας δίνουν και γενικά απλοποιούμε **ΠΑΝΤΑ** την εξίσωση ή την ανίσωσή μας όπως είπαμε και παραπάνω.

Θυμήσου τέλος πώς δουλεύουμε όταν παρουσιαστεί κάποιο πρόβλημα στο Bolzano (δικό μας διάστημα, lim στα "άκρα", σύνολο τιμών κ.λ.π.)

Έχεις κάνει δεκάδες τέτοιες ασκήσεις και με λίγη μελέτη και προσοχή θα τα καταφέρεις.

**12.** Το νου μας στο ΘΜΤ. Αν κάπου δούμε μέσα στο ζητούμενο δύο τιμές της συνάρτησης,

π.χ.  $f(x+2)$  και  $f(x-1)$ , **τότε αυτό ... φωνάζει για ΘΜΤ** στο διάστημα  $[x-1, x+2]$  !!!

**13.** Όταν λύνουμε εξισώσεις ή ανισώσεις, βάζουμε από την αρχή τους απαραίτητους περιορισμούς και στο τέλος **επαληθεύουμε** (ή συναληθεύουμε) τις λύσεις μας.

**14.** Όλες τις προτάσεις που θα χρησιμοποιήσεις στη λύση μιας άσκησης, να θυμάσαι ότι τις έχεις ήδη χρησιμοποιήσει δεκάδες φορές. Μην .... ανακαλύψεις δικό σου θεώρημα, όσο προφανές και να φαίνεται. Στηρίξου στα γνωστά. **Ναι στη φαντασία, όχι στην αυθαιρεσία !!!**

15. Να κοιτάς συνεχώς τα συμπεράσματα από τα προηγούμενα ερωτήματα, όλα όμως τα προηγούμενα ερωτήματα. Μπορεί πχ το Γ4 να βασίζεται στο Γ1 και το Γ1 θα έχει ξεχαστεί όσο εσύ μελετάς τα ενδιάμεσα ερωτήματα.
16. Αν το συμπέρασμα κάποιου ερωτήματος το αποδείξεις σε άλλο ερώτημα, να το αναφέρεις. Μπορεί π.χ. να μην λύσεις το Δ1, αλλά μέσα στο Δ3 να το λύσεις ακολουθώντας άλλη πορεία. Μπορείς στο γραπτό σου αυτό να το αναφέρεις βάζοντας έναν αστερίσκο.
17. Δεν εγκαταλείπουμε κανένα απολύτως ερώτημα. Ακόμα και εκεί που όλα δείχνουν σκοτεινά, κάνε στον εαυτό σου την ερώτηση: "**Τι μπορώ να γράψω για να πάρω μια μονάδα;**". Θα διαπιστώσεις ότι ερμηνεύοντας τα δεδομένα και τα ζητούμενα μπορείς να φτάσεις να πάρεις ακόμα και τις μισές μονάδες, χωρίς να έχεις λύσει το δύσκολο σημείο της άσκησης. Είναι προφανές ότι στο καθαρό αφήνουμε όλη μας την προσπάθεια. Μην βάζεις Χ (διαγραφή) σε αυτά που έχεις γράψει, αν δεν βρεις κάτι καλύτερο. Μπορεί σε αυτά που έχεις γράψει να έχεις κάνει μεγάλο βήμα για τη λύση της άσκησης και να μην το έχεις καταλάβει. Ο βαθμολογητής όμως θα το δει και θα σε ανταμείψει!
18. Αν δεις ΘΕΜΑ με διάγραμμα ή πρόβλημα (ακροτάτων ή ρυθμού μεταβολής) κάνε ακριβώς ό,τι έχεις μάθει στο μάθημα. Μη βιάζεσαι. Διάβασε πολλές φορές την εκφώνηση. Φτιάξε καλό σχήμα, αν δεις ότι βοηθάει. Βάλε σωστές μεταβλητές (αν και θα τις λείει ίσως το πρόβλημα). Αυτά τα θέματα, αν δεν τα φοβηθείς και έχεις λύσει πέντε από το καθένα, δεν τα χάνεις σχεδόν ποτέ! Πάρε και λύσε ξανά αυτά που έχεις κάνει στο μάθημα. Δες και τα ερωτήματα από παλιότερες εξετάσεις. Το μόνο δύσκολο για όλα αυτά είναι να βρεις 3 ώρες για μελέτη. Μπορείς όμως να τα βρεις και σίγουρα αξίζει τον κόπο!